PRIMERA PARTE

ELECTRICIDAD, CORRIENTE DIRECTA Y TEORIA DE CIRCUITOS

Carga eléctrica y fuerza electrostática

La ***carga eléctrica*** es la magnitud de valor discreto de una propiedad intrínseca de algunas partículas del átomo, que se manifiesta como fuerzas de atracción o repulsión entre dos tipos distintos: cargas positivas y cargas negativas. Cargas de diferente signo se atraen y cargas del mismo signo se repelen. En la representación tradicional del átomo las cargas negativas son electrones y las positivas, protones. Otra propiedad de las cargas eléctricas es que se conservan.

A nivel macroscópico la magnitud de una carga eléctrica se considera continua (no discreta), y se mide en "coulomb" (C). A nivel cuántico, sin embargo, **1 coulomb equivale a la carga de 6,24•10^{18} electrones**.

Debido a que las cargas eléctricas del mismo signo se repelen, la carga eléctrica de un volumen tiende a acumularse en su superficie, buscando la máxima separación entre sus partículas.

La ***fuerza electrostática*** o de Coulomb es la fuerza de repulsión o atracción ejercida por una carga eléctrica sobre otra en línea directa, y experimentalmente se determinó que es proporcional a la magnitud de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.

$$\boldsymbol{F} = \mathrm{k}\frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \text{newton (N)} \qquad \mathrm{k} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0} \quad \frac{\text{N-m}^2}{\text{C}^2}$$

k es una constante de proporcionalidad donde a ε_0 se le llama "permitividad del espacio libre" y es igual a $(1/36\pi) \times 10^{-9}$ o $8{,}854 \times 10^{-12}$ F/m. ε_r es la permitividad relativa del medio si este no es el vacío (ε_r=1 para el vacío).

Campo electrostático

Es la fuerza que una carga eléctrica q_1 ejerce sobre una carga unitaria en línea directa.

$$\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{F}}{q_2} = \frac{k\,q_1}{r^2} \qquad \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

O en forma más general, el campo eléctrico radial generado por una carga q es:

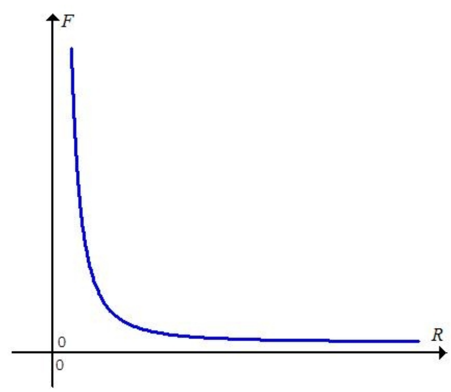
$$\boldsymbol{E} = \frac{k\,q}{r^2} \qquad \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Como las fuerzas electrostáticas son lineales, entonces el campo eléctrico generado por dos o más cargas eléctricas diferentes sobre un punto en el espacio es la suma vectorial de los campos individuales:

$$\boldsymbol{E} = \mathbf{a_1}\frac{k\,q_1}{r_1^2} + \mathbf{a_2}\frac{k\,q_2}{r_2^2}$$

donde $\mathbf{a_1}$ y $\mathbf{a_2}$ son vectores unitarios que representan la dirección del campo producido por cada carga.

Variación de la fuerza de Coulomb en función de la distancia



Diferencia de Potencial y Potencial

El trabajo ejercido para llevar una carga eléctrica q de un punto A a otro B separados una distancia l es una unidad escalar, no vectorial.

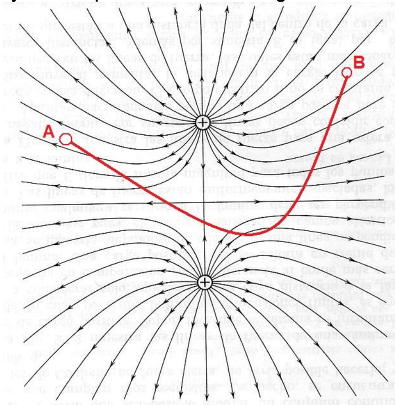
$$\text{Trabajo:} \quad W_{AB} = \int_A^B f\,dl = \int_A^B E\,q\,dl \qquad \text{joule (J)}$$

La ***diferencia de potencial*** entre A y B es el trabajo necesario para llevar una carga unitaria de A a B:

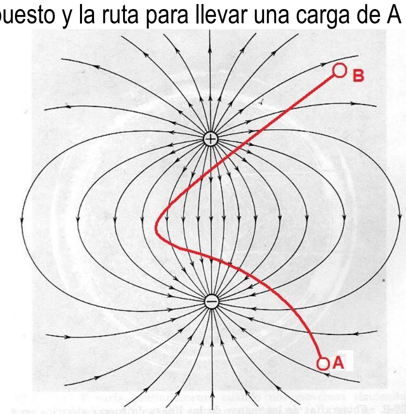
$$V_{AB} = \frac{W_{AB}}{q} = \int_A^B E\,dl \qquad \frac{\text{J}}{\text{C}} = \text{volt(V)}$$

V_{AB} es positivo si el trabajo lleva una carga positiva de A a B.

Campo electrostático producido por dos cargas del mismo signo y la ruta para llevar una carga de A a B



Campo electrostático producido por dos cargas de signo opuesto y la ruta para llevar una carga de A a B



Si tomamos un punto del espacio como referencia fija, entonces podemos hablar de ***potencial*** del punto A y potencial del punto B.

Si le asignamos al punto de referencia fijo un ***potencial*** $V_0 = 0$, entonces tiene sentido asignar a cada punto del espacio un ***potencial absoluto o voltaje*** *V*.

$$V_{AB}=\int_A^B E\,dl \quad \text{volt (V)}$$

Potencial en el punto A:

$$V_A=\int_0^A E\,dl \quad \text{volt (V)}$$

Potencial en el punto B:

$$V_B=\int_0^B E\,dl \quad \text{volt (V)}$$

$$V_{AB}=\int_0^B E\,dl-\int_0^A E\,dl$$

Diferencia de potencial: $V_{AB}=V_B-V_A$

La referencia más utilizada en los sistemas eléctricos es la *tierra*, a la cual se le asigna potencial *cero*.

Para un campo eléctrico uniforme tal como dentro de un conductor de largo *l*:

$$V=\frac{W}{q}=\frac{F\,l}{q}=E\,l \qquad \frac{\text{N}-\text{m}}{C}=\frac{\text{joule}}{\text{C}}=\text{volt (V)}$$

Capacitores o condensadores

Para el caso particular de una lámina plana infinita cargada electrostáticamente, integrando el campo eléctrico producido por su área se determina:

$$E=\int_S \frac{k}{r^2}\frac{dq}{dS}=\frac{\rho_s}{2\,\varepsilon_r\varepsilon_0}$$

$$\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0$$

se llama permeabilidad absoluta del dieléctrico, y ρ_S es la densidad de carga por unidad de superficie.

Nótese que el campo no depende de la distancia de la carga. Si la distancia de la carga al plano es pequeña con respecto a las dimensiones de la lámina, se puede aproximar esta fórmula para láminas planas finitas.

Si se ponen frente a frente dos láminas planas, obtenemos un ***condensador*** o ***capacitor***. Para un capacitor de 2 láminas de superficie *S*, una con carga positiva y otra con carga negativa, el campo en el material dieléctrico (aislante) que separa ambas láminas se duplica:

$$E=\frac{\rho_s}{\varepsilon_r\varepsilon_0}$$

Capacidad de un condensador o capacitancia

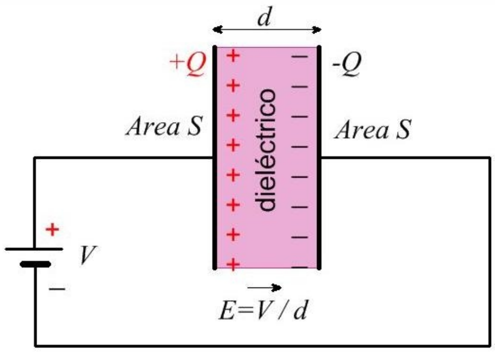
Es la relación entre la carga total en cualquiera de dos superficies conductoras equipotenciales y la diferencia de potencial entre ambas superficies. Es función de la geometría de las dos superficies conductoras y la permitividad del medio dieléctrico que las separa. Se mide en "farad" (F).

$$C=\frac{Q}{V} \qquad \text{Farad}=\frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}} \qquad \text{(F)}$$

Para un condensador de láminas planas:

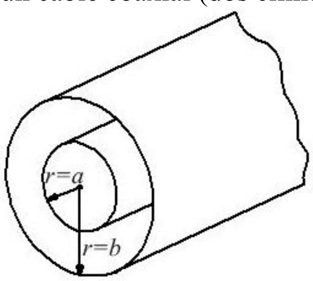
$$C=\frac{Q}{V}=\frac{\rho_s S}{E\,d}=\frac{\rho_s S}{d}\frac{\varepsilon_r\varepsilon_0}{\rho_s}=\frac{\varepsilon S}{d} \qquad \text{(F)}$$

Capacitor o condensador de placas paralelas cargado con una carga Q y una separación d



Fuera del capacitor los campos eléctricos se anulan.

Para un cable coaxial (dos cilindros conductores):



$$C=\frac{2\pi\varepsilon L}{\ln(b/a)}$$

Intensidad de corriente (*corriente o amperaje*)

Las cargas eléctricas en movimiento constituyen una *corriente eléctrica*. La intensidad de la corriente se mide en amperes (A) y 1A representa una carga de 1 coulomb que atraviesa una superficie determinada cada segundo. Ejemplo de superficie: la sección transversal de un conductor.

$$I=\frac{q}{t} \quad \text{amperes (A)}$$

Para un flujo variable de cargas en movimiento o un cuerpo que se carga o descarga, la corriente en cada instante es:

$$i(t)=\frac{dq}{dt}$$

Se puede también definir *densidad de corriente* como la intensidad de corriente por unidad de superficie atravesada.

$$J=\frac{I}{S} \quad \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$$

Resistencia y resistividad

Resistencia R es la oposición de un conductor al movimiento de las cargas eléctricas. Es función de la geometría y la resistividad del medio conductor.

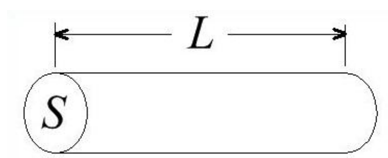
Resistividad ρ es la propiedad de un conductor que relaciona su resistencia con su geometría. Así, la resistencia es proporcional a la resistividad del material y a la longitud L del conductor, e inversamente proporcional al área de su sección S.

$$R=\frac{\rho L}{S} \quad \text{ohm} \quad (\Omega)$$

Como propiedad del material, esta fórmula se llama ***forma puntual de la ley de Ohm.***

La resistividad se mide en "ohm-m".

Conductor de longitud L, sección S y conductividad ρ



También podemos definir resistencia como la relación entre la diferencia de potencial entre dos superficies equipotenciales de un material conductor y la intensidad de corriente que atraviesa ambas superficies (***forma general de la ley de Ohm***).

$$R=\frac{V}{I} \quad \text{ohm} \ (\Omega)$$

y también:

$$V=R\,I \quad \text{(V)} \qquad\qquad I=\frac{V}{R} \quad \text{(A)}$$

Conductancia y conductividad

La conductancia es el inverso de la resistencia y se mide en "mho".

$$G=\frac{1}{R} \quad \text{mho}$$

La conductividad es el inverso de la resistividad, se mide en "mho/m".

$$\sigma=\frac{1}{\rho} \quad \frac{\text{mho}}{\text{m}}$$

Resistividad para diferentes materiales

Material	Resistividad a 20ºC (Ω-m)
Plata	$1{,}55 \times 10^{-8}$
Cobre	$1{,}71 \times 10^{-8}$
Oro	$2{,}22 \times 10^{-8}$
Aluminio	$2{,}82 \times 10^{-8}$
Wolframio	$5{,}65 \times 10^{-8}$
Níquel	$6{,}40 \times 10^{-8}$
Hierro	$8{,}90 \times 10^{-8}$
Platino	$10{,}60 \times 10^{-8}$
Estaño	$11{,}50 \times 10^{-8}$
Acero inox.	$72{,}00 \times 10^{-8}$
Grafito	$60{,}00 \times 10^{-8}$

Variación de la resistencia con la temperatura

La resistividad varía con la temperatura del conductor según un factor *α* que se considera constante dentro de ciertos intervalos de temperatura. En la práctica usaremos dos valores para α, uno a la temperatura ambiente normal del laboratorio (20ºC) y otro a la temperatura de operación máxima de los conductores aislados usuales en instalaciones eléctricas (75ºC):

$$\Delta\rho = \rho\,\alpha\,\Delta T$$

$$R_{T2} = (\rho + \Delta\rho)\frac{L}{S} = R_{T1}(1 + \alpha(T_2 - T_1))$$

Para el cobre:

$$\alpha = 3{,}9\,x\,10^{-3}\,\frac{1}{ºC} \quad \text{a 20ºC (Hayt)}$$

$$\alpha = 3{,}23\,x\,10^{-3}\,\frac{1}{ºC} \quad \text{a 75ºC (N.E.C.)}$$

Potencia eléctrica

Es el trabajo (energía) necesaria por unidad de tiempo para mover una carga *q* a través de una diferencia de potencial *V*.

$$p(t) = \frac{dW}{dt} = \frac{V\,dq}{dt} = V\,i(t) \qquad \text{watt (W)}$$

En cualquier instante:

$$p(t) = v(t)\,i(t)$$

Para voltaje y corriente constantes en una resistencia:

$$P = VI$$

$$P = V\frac{V}{R} = \frac{V^2}{R} \qquad P = (IR)\,I = I^2 R$$

Energía eléctrica

Es el trabajo (energía) total a lo largo de un período de tiempo gastado en mover una carga a través de una diferencia de potencial.

$$W = \int_{T1}^{T2} P\,dt = \int_{T1}^{T2} v(t)\,i(t)\,dt \quad \text{(J)}$$

Si v(t) e i(t) son constantes:

$$W = V\,I\,t \quad \text{(J=W-seg)}$$

Si medimos el tiempo en horas:

$$W = \frac{V\,I\,t}{1000} \quad \text{(Kw-h)}$$

1 Kw-h = $3{,}6 \times 10^6$ Joule

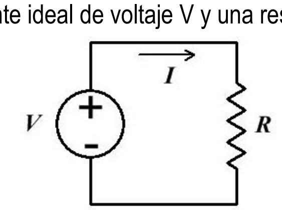
Corriente directa (CD) o corriente continua (CC)

Es el voltaje (constante) o la corriente entregados por una pila química o un aparato equivalente, el cual puede ser un generador de corriente directa o una fuente de alimentación de CD (CC) rectificada o conmutada. El término CD es de uso común en los países con influencia tecnológica norteamericana, mientras que los países con influencia tecnológica europea usan el término CC.

Circuitos eléctricos de CD

Un circuito es un conjunto de elementos eléctricos conectados entre sí formando una red de lazos cerrados.

Circuito eléctrico simple formado por una fuente ideal de voltaje V y una resistencia R



Elementos pasivos y elementos activos

Elementos activos son los elementos de un circuito que transforman energía externa (mecánica, química, eléctrica, lumínica, térmica) para introducir energía eléctrica en un circuito eléctrico. Elementos pasivos son los que utilizan la energía eléctrica para acumular energía dentro de un circuito o transformarla en otro tipo de energía. Los elementos pasivos básicos son: resistencias (resistores), condensadores (capacitores) e inductancias (inductores).

Fuente ideal de voltaje de CD (corriente directa) o CC (corriente continua)

Elemento activo que entrega un voltaje constante en el tiempo y que no tiene pérdidas internas.

Fuente de voltaje de CD (o CC)

Elemento activo que entrega un voltaje constante en el tiempo y que tiene pérdidas internas, las que se consideran como elementos pasivos adicionales del circuito. Se representa como una fuente ideal en serie con elementos pasivos que representen sus pérdidas y otras condiciones internas.

Fuente ideal de corriente directa o continua

Elemento activo que entrega una intensidad de corriente constante en el tiempo y que no tiene pérdidas internas.

Fuente no ideal de corriente directa o continua

Elemento activo que entrega una intensidad de corriente constante en el tiempo y que tiene pérdidas internas, las que se consideran como elementos pasivos adicionales del circuito. Se representa como una fuente ideal conectada con elementos pasivos –generalmente resistencias-- que representen sus pérdidas y otras condiciones internas.

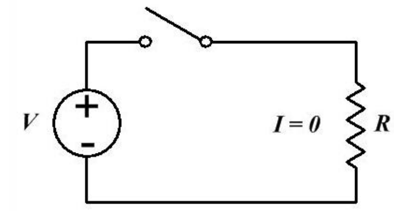
Circuito abierto

Es un circuito eléctrico por el que no puede circular corriente porque no forma un lazo continuo (tiene un punto desconectado).

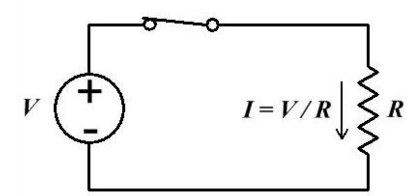
Circuito cerrado

Es un circuito eléctrico por el que puede circular corriente si incluye una fuente de voltaje o de corriente.

Circuito abierto



Circuito cerrado



Cortocircuito

Es el contacto, generalmente accidental, entre dos conductores de un circuito, permitiendo el paso de corrientes mucho más intensas que las normales.

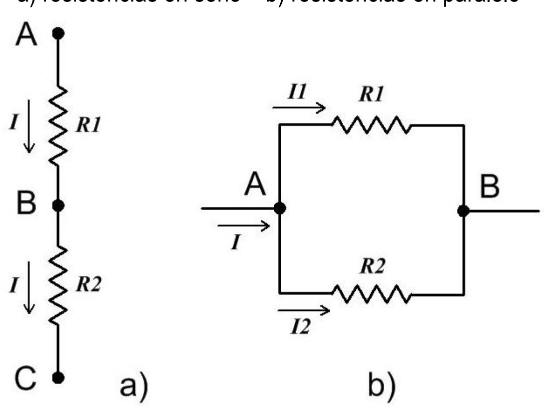
Elementos en serie

Dos o más elementos eléctricos de dos terminales conectados en secuencia entre dos nodos, de manera que la misma corriente pasa por cada uno de los elementos conectados en serie, y el voltaje entre los nodos extremos es igual a la suma de los voltajes individuales.

Elementos en paralelo

Dos o más elementos eléctricos de dos terminales conectados entre los mismos dos nodos consecutivos. Reciben el mismo voltaje, pero la corriente se divide siguiendo un camino por cada uno de los elementos conectados en paralelo.

a) resistencias en serie   b) resistencias en paralelo



Análisis de circuitos

Nodo

Punto donde se unen dos o más ramas de un circuito.

Malla

Lazo cerrado dentro de un circuito.

Rama o ramal

Ruta que une un nodo con un elemento de un circuito y termina en el nodo siguiente.

Ley No. 1 de Kirchhoff o de los nodos

(Ley de las corrientes)
En un nodo donde no haya acumulación de carga, la suma de las corrientes entrantes es igual a la suma de las corrientes salientes, o bien la suma algebraica de las corrientes en un nodo es cero.

$$\sum_1^j I_j = 0$$

Ley No. 2 de Kirchhoff o de las mallas

(Ley de los voltajes)
La suma de los voltajes de las fuentes de voltaje es igual a la suma de los voltajes en los elementos pasivos, o bien la suma algebraica de los voltajes a lo largo de una malla es cero.

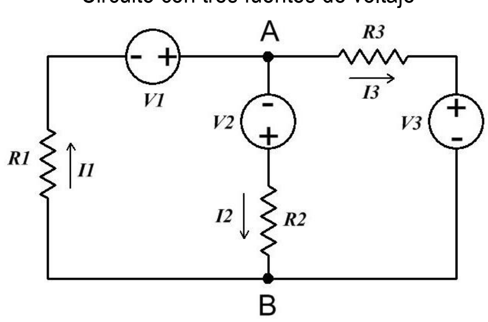
$$\sum_1^i V_i = 0$$

Ley de superposición

Las corrientes de un circuito lineal con más de una fuente de voltaje o corriente son iguales a la suma de las corrientes producidas por cada una de las fuentes manteniendo las demás en cortocircuito si son de voltaje o abiertas si son de corriente. Ejemplo: baterías en serie.

Ejemplo de circuito eléctrico y aplicación de las Leyes de Kirchhoff

Circuito con tres fuentes de voltaje



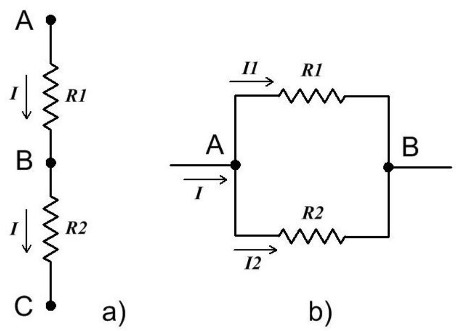
En los nodos A o B:
$$I_1 = I_2 + I_3$$

En la malla izquierda:
$$V_{R1} + V_1 + V_2 + V_{R2} = 0$$

En la malla derecha:
$$V_{R2} + V_2 + V_{R3} + V_3 = 0$$

En la malla exterior:
$$V_{R1} + V_1 + V_{R3} + V_3 = 0$$

Combinación de resistencias



Dos resistencias en serie (a):

$$I_1 = I_2 = I$$

$$R_s = \frac{V_{AC}}{I} = \frac{I\,R_1 + I\,R_2}{I}$$

$$R_s = R_1 + R_2$$

Dos resistencias en paralelo (b):

$$I = I_1 + I_2$$

$$\frac{V_{AB}}{R_p} = \frac{V_{AB}}{R_1} + \frac{V_{AB}}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{R_1 R_2}{R_p} = R_2 + R_1$$

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

En general:

Resistencias en serie:

$$R_S=\sum_1^n R_i$$

Resistencias en paralelo:

$$\frac{1}{R_P}=\sum_1^n \frac{1}{R_i}$$

Combinación de conductancias

Conductancias en paralelo:

$$G_P=\sum_1^n G_i$$

Conductancias en serie:

$$\frac{1}{G_S}=\sum_1^n \frac{1}{G_i}$$

Distribución de corriente y voltaje en la combinación de dos resistencias

Resistencias en serie (a): corrientes iguales

$$I=\frac{V}{R_1+R_2} \qquad V_1=I\,R_1 \qquad V_2=I\,R_2$$

División de voltajes:

$$V_1=\frac{V\,R_1}{R_1+R_2} \qquad V_2=\frac{V\,R_2}{R_1+R_2}$$

Resistencias en paralelo (b): voltajes iguales

$$I=I_1+I_2 \qquad V=I_1 R_1$$

$$I_2=\frac{V}{R_2}=\frac{I_1 R_1}{R_2}$$

$$I=I_1+\frac{I_1 R_1}{R_2}=\frac{I_1 R_2+I_1 R_1}{R_2}$$

$$I\,R_2=I_1(R_1+R_2)$$

División de corrientes:

$$I_1=\frac{I\,R_2}{R_1+R_2} \qquad I_2=\frac{I\,R_1}{R_1+R_2}$$

Teorema de Thèvenin

Una porción de un circuito lineal comprendida entre dos nodos A y B puede ser sustituida por un circuito equivalente formado por una fuente de voltaje en serie con una resistencia, de manera que la caída de tensión y la intensidad de corriente sean iguales en el circuito original y en el equivalente. El voltaje de Thèvenin es el voltaje de circuito abierto entre A y B; la resistencia de Thèvenin es la resistencia de la malla incógnita entre A y B con la malla conocida entre A y B como circuito abierto, las fuentes de voltaje en cortocircuito, y las fuentes de corriente abiertas.

El teorema de Thèvenin es útil para calcular combinaciones de resistencias complicadas, tales como triángulos, estrellas y rombos. Encontrando el voltaje y la impedancia de Thèvenin, se puede simplificar el análisis del circuito.

Combinación de capacitancias

El voltaje de dos o más condensadores conectados en paralelo será igual, pero la carga en cada uno dependerá de su capacidad con la fórmula

$$Q_i=V\,C_i$$

La carga de dos o más condensadores conectados en serie es igual en todos ellos, pero el voltaje en cada uno dependerá de su capacidad con la fórmula

$$V_i=\frac{Q}{C_i}$$

Con estas afirmaciones se puede demostrar entonces:

Capacitancias en paralelo:

$$C_P=\sum_1^n C_i$$

Capacitancias en serie:

$$\frac{1}{C_S}=\sum_1^n \frac{1}{C_i}$$

Para 2 condensadores:

$$C_P=C_1+C_2$$

$$C_S=\frac{C_1 C_2}{C_1+C_2}$$

Conservación de la carga eléctrica

La carga eléctrica se conserva en un circuito sin pérdidas resistivas. Si tenemos un condensador cargado a un voltaje V_1 y lo conectamos en paralelo a un condensador cargado con un voltaje V_2, entonces podemos calcular el voltaje final V del conjunto:

$$Q_1 = C_1 V_1 \quad y \quad Q_2 = C_2 V_2$$
$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1 V_1 + C_2 V_2$$
$$C = C_1 + C_2$$

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2}$$

Relaciones de corriente y voltaje en un condensador

Las relaciones de voltaje y corriente en el tiempo en un condensador son:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \qquad v = \frac{q}{C} \qquad v(t) = \frac{1}{C} \int_{t=0;\, q=0}^{t} i(t)\, dt$$

Energía almacenada en un condensador

La energía necesaria para almacenar una carga Q en un condensador es:

$$W = \int_0^Q v\, dq = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$W = \frac{1}{2} C V^2$$

Conjunto de condensadores que almacenan carga para disparar una herramienta de corte (foto HFP)

Para el almacenamiento de energía, los capacitores no se deben cargar directamente, sino que hay que limitar la corriente de carga con una resistencia, de lo contrario podrían representar un cortocircuito para la fuente.

Funciones de cambio exponencial

Las ecuaciones de cambio exponencial explican una serie de eventos que crecen o decrecen en el tiempo a una razón que es proporcional a la cantidad presente y(t). Conociendo la cantidad y(0) presente en el instante t = 0, se puede encontrar la solución de la ecuación.

Ejemplos:

- Crecimiento de la población
- Propagación de enfermedades
- Interés compuesto continuo
- Decaimiento radiactivo
- Calentamiento y enfriamiento de cuerpos
- Vaciado de líquidos
- Carga y descarga de capacitores (circuitos R-C)
- Excitación y desexcitación de inductancias (circuito R-L)

La fórmula general es:

$$\frac{dy}{dt} = k\, y$$
$$\frac{dy}{y} = k\, dt$$

Integrando:

$$\ln y = C + k\, t$$

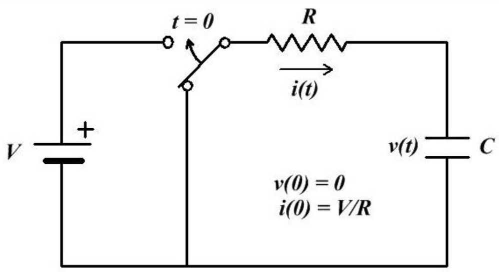
$$y = e^{C+kt} = e^{C} e^{kt} = A\, e^{kt}$$

para t=0: $\quad y(0) = A$

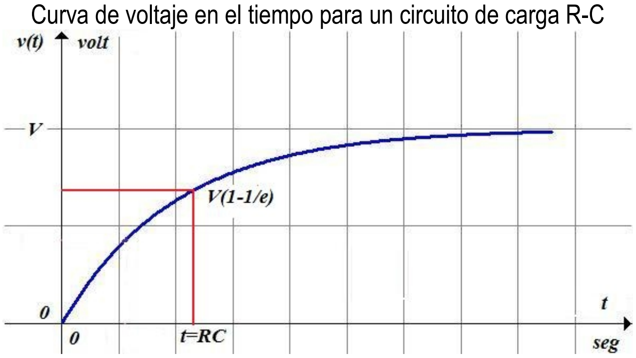
$$y = y(0) e^{kt}$$

Los circuitos R-C se han usado tradicionalmente para obtener retardos en la respuesta de algunos circuitos, principalmente en la electrónica de componentes discretos.

Circuito de carga R-C



Curva de voltaje en el tiempo para un circuito de carga R-C



El voltaje en el condensador es cero al conectar (t=0) y alcanza el voltaje V cuando t → oo.

La corriente es máxima al conectar (t=0), y disminuye hasta alcanzar cero (t → oo).

Cuando el circuito se estabiliza, v(t)=V e i(t)=0.

Para t=T1: $v(0)=0;\ i(0)=\frac{V}{R}$

$i(t)=\frac{V-v(t)}{R}$ en la resistencia

$i(t)=\frac{dq}{dt};\ v(t)=\frac{q}{C}$ en el condensador

$$i(t)=\frac{V-\frac{q}{C}}{R}=\frac{V}{R}-\frac{q}{RC}$$

derivando:

$$\frac{di}{dt}=-\frac{1}{RC}\frac{dq}{dt}=-\frac{1}{RC}i(t)$$

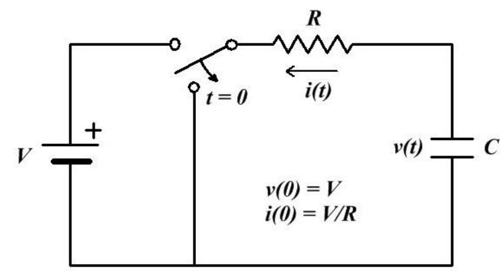
$$\frac{di}{i(t)}=-\frac{1}{RC}dt$$

$$i(t)=i(0)e^{-\frac{t}{RC}}$$

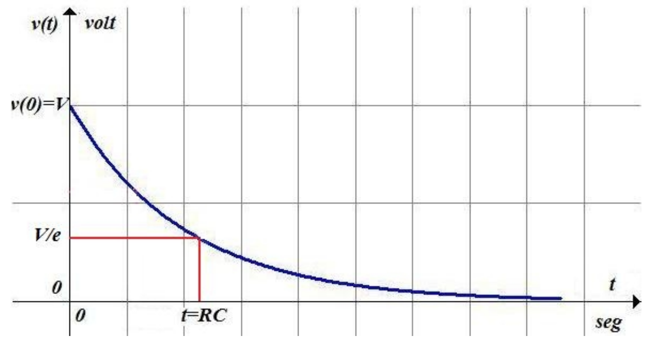
$$i(t)=\frac{V}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$v(t)=V-i(t)R=V(1-e^{-\frac{t}{RC}})$$

Circuito de descarga R-C



Curva de voltaje en el tiempo para un circuito de descarga R-C



El voltaje en el condensador es igual a V al desconectar (t=0) y alcanza cero cuando t → oo.

La corriente es máxima al desconectar (t=0), y disminuye con el tiempo hasta alcanzar cero (t → oo)

Cuando el circuito se estabiliza, v(t)=0 e i(t)=0.

para t=T1: $v(0)=V$

$i(t)=\frac{v(t)}{R}$ en la resistencia

$i(t)=-\frac{dq}{dt}=-C\frac{dv}{dt}$ en el condensador

$$\frac{v(t)}{R}=-C\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{v(t)}=-\frac{1}{RC}dt$$

integrando:

$$v(t)=Ve^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i(t)=\frac{V}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Calcule la cantidad de electrones que se acumulan en el lado negativo de un condensador de 100 μF alimentado con 12 volt de corriente directa.

   $Q = C \times V = 100 \times 10^{-6} \times 12 = 1{,}2 \times 10^{-3}$ Coulomb
   No. electrones = $6{,}24 \times 10^{18} \times 1{,}2 \times 10^{-3}$
   electrones = $\underline{7488 \times 10^{12}}$ electrones
   (No tendría sentido decir $7{,}488 \times 10^{15}$ electrones, ya que no puede haber fracciones de electrón)

2. Calcule la fuerza ejercida entre ambas placas de dicho condensador en el vacío si están separadas 10 mm.

   $F = (k_0 q_1 q_2) / r^2 = kq^2 / r^2 = 8{,}854 \times 10^{-12} \times (1{,}2 \times 10^{-3})^2 / (10 \times 10^{-3})^2$
   $\underline{F = 0{,}127 \times 10^{-12}}$ Newton

   Si el dieléctrico es glicerina ($k = 45\ k_0$) y la separación se reduce a 0,1 mm:
   $F = 45 \times 8{,}854 \times 10^{-12} \times (1{,}2 \times 10^{-3})^2 / (0{,}1 \times 10^{-3})^2$ newton
   $\underline{F = 57{,}4 \times 10^{-9}}$ Newton

3. Calcule la intensidad de corriente necesaria para cargar dicho condensador en un lapso de 10 milisegundos por medio de una fuente de corriente constante.

   $i = dq / dt$
   $I_m = Q / t = 1{,}2 \times 10^{-3} / 10 \times 10^{-3} = \underline{0{,}12\ A}$

4. Calcule la resistencia de 100 metros de alambre de cobre de 1,5 mm^2 de sección a 20ºC si la conductividad del cobre es de $5{,}85 \times 10^7$ mho/m.

   $R = \rho L / S = (1 / \sigma) L / S = 100 / (5{,}85 \times 10^7) / (1{,}5 \times 10^{-6})$ ohm = $\underline{1{,}1396}$ ohm

5. ¿El mismo alambre a 50ºC?
   $\rho = 1 / \sigma = 1 / (5{,}85 \times 10^7) = 1{,}71 \times 10^{-8}$ ohm-m
   $R_2 = R_1\ \rho_2 / \rho_1 = R_1\ \rho_1 (1 + \alpha(T2 - T1)) / \rho_1$
   $= R_1 (1 + \alpha (T2 - T1))$
   $R_2 = R_1 (1 + 0{,}0039 (50 - 20))$
   $R_2 = 1{,}1396 \times (1 + 0{,}117) = \underline{1{,}273}$ ohm
   (*aumentó un 11,17%)*

   Nota: Según el NEC edición 2005, como las características de los conductores están dadas a 75ºC, y según nota 2 a la tabla 8, α = 0,00323 para 75ºC, entonces:

   $R_2 = R_1 (1 + 0{,}00323 (T2 - 75))$ para calcular con base en el NEC. Nótese que α también varía un poco con la temperatura.

6. Calcule la resistencia de 200 metros de alambre de cobre de 0,5 mm de diámetro a 150ºC si la resistividad del cobre a 20ºC es de $1{,}71 \times 10^{-8}$ ohm-m.

   $R = \rho\ L / S = 200 \times 1{,}71 \times 10^{-8} \times (1 + 0{,}0039 \times (150 - 20) / ((\pi/4) \times (0{,}5 \times 10^{-3})^2) = \underline{26{,}25}$ ohm

7. Calcule la resistencia equivalente de 2 resistencias de carbón (usadas en electrónica) en serie de 150 y 220 ohm respectivamente.

   $R = R_1 + R_2 = 150 + 220 = \underline{370}$ ohm

   ¿Qué potencia deberá disipar cada resistencia si conectamos la serie a 12 V?
   $I = V / R = 12 / 370 = 0{,}0324\ A = 32{,}4\ mA$
   $P_1 = I^2 \times R_1 = 0{,}0324 \times 0{,}0324 \times 150 = \underline{0{,}157\ W}$
   $P_2 = I^2 \times R_2 = 0{,}0324 \times 0{,}0324 \times 220 = \underline{0{,}231\ W}$
   Podemos usar resistencias estándar de 1/4 W

   ¿A qué voltaje quedará sometida cada resistencia?
   $V_1 = I \times R_1 = 0{,}0324 \times 150 = \underline{4{,}87\ V}$
   $V_2 = I \times R_2 = 0{,}0324 \times 220 = \underline{7{,}13\ V}$
   Comprobación: $V_1 + V_2 = 4{,}87 + 7{,}13 = 12\ V$

8. Calcule la resistencia equivalente de las mismas resistencias conectadas en paralelo, la corriente y la potencia individual y total.

   $R = R_1 \times R_2 / (R_1 + R_2) = 150 * 220 / (150 + 220) = \underline{89{,}2}$ ohm

   $I = V / R = 12 / 89{,}2 = \underline{0{,}1345\ A}$
   $I_1 = V / R_1 = 12 / 150 = \underline{0{,}0800\ A}$
   $I_2 = V / R_2 = 12 / 220 = \underline{0{,}0545\ A}$
   Comprobación: $I_1 + I_2 = 0{,}0800 + 0{,}0545 = 0{,}1345\ A = I$

   $P = V \times I = 12 \times 0{,}1345\ A = \underline{1{,}614\ W}$
   $P_1 = V \times I_1 = 0.0800 \times 12 = \underline{0{,}960\ W}$
   $P_2 = V \times I_2 = 0{,}0545 \times 12 = \underline{0{,}654\ W}$
   Debemos usar resistencias estándar de 1 W
   Comprobación: $P_1 + P_2 = 0{,}960 + 0{,}654 = 1{,}614\ W = P$

9. Calcule la capacidad equivalente de 2 condensadores electrolíticos de 1000 µF conectados en paralelo.

   $C = C_1 + C_2 = 1000 + 1000 = \underline{2000\ \mu F}$

   ¿Si se conectan en serie?

   $C = C_1 \times C_2 / (C_1 + C_2) = 1000 \times 1000 / (1000 + 1000) = \underline{500\ \mu F}$

   Los condensadores especifican el voltaje máximo que soportan entre sus terminales, para que no haya perforación del dieléctrico. Es conveniente usar condensadores fabricados para el voltaje máximo esperado o mayor, nunca menor.

10. Calcule la constante de tiempo para un circuito de carga de un condensador de 500 µF en serie con una resistencia de 1000 ohm y alimentado con 12V.

    $\tau = RC = 500 \times 10^{-6} \times 1000 = \underline{0{,}5\ seg}$

    En ese tiempo el condensador alcanzará un voltaje v:

    $v = V (1\text{-}V / e) = 12 \times (1 - 12 / 2{,}72 = \underline{7{,}59\ V}$

    Calcule el tiempo necesario para que el condensador alcance un voltaje de 9 V cuando la fuente es de 12 V.

    $v = V (1\text{- } e^{-t/RC})$

    $t = -\ RC \ln ((v - V) / V) = -\ 0{,}5 \ln (12 - 9 / 12) = -\ 0{,}5 \times (-\ 1{,}386) = \underline{0{,}693\ seg}$

11. Se tiene una serie de un condensador de 330 µF, uno de 500 µF y uno de 100 µF, y se carga el conjunto con 60 VCD. Calcule el voltaje en cada condensador.

    La serie Cs se carga con una carga Q igual en los 3 condensadores

    $Cs = 1/(1/C1 + 1/C2 + 1/C3) = 66{,}53\ \mu F$

    $Q = CV = 66{,}53 \times 10^{-6} \times 60 = 3992 \times 10^{-6} C$

    $V1 = Q / C1 = 3992 / 330 = \underline{12{,}1\ V}$

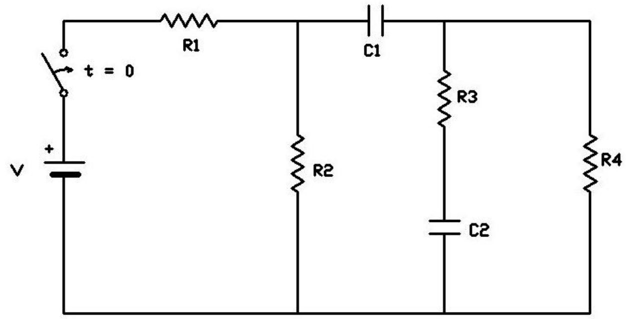
    $V2 = Q / C2 = 3992 / 500 = \underline{8\ V}$

    $V3 = Q / C3 = 3992 / 100 = \underline{39.9\ V}$

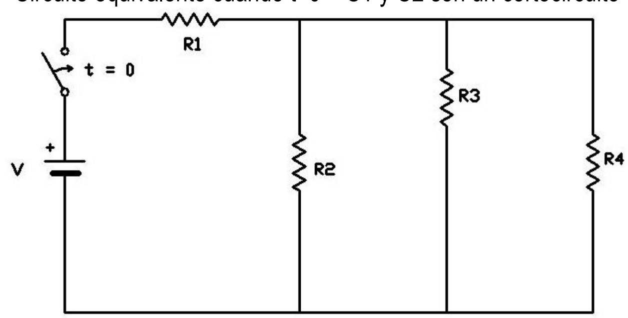
    Verificación: V1+V2+V3 = 60 V

12. Dibuje circuitos equivalentes al de la figura para t=0 y para t → oo. Formule el voltaje y la corriente en R1, R2, R3, R4, C1 y C2 en cada caso, en función de V y R1-R4.

Circuito propuesto



Circuito equivalente cuando t=0 – C1 y C2 son un cortocircuito



$I_{R1}=V / (R_1 + 1/(1/R_2+1/R_3+1/R_4)$

$V_{R1}=I_{R1}\ R_1$

$V_{R2}=V_{R3}=V_{R4}=V\text{-}V_{R1}$

$V_{C1}=0 \quad V_{C2}=0$

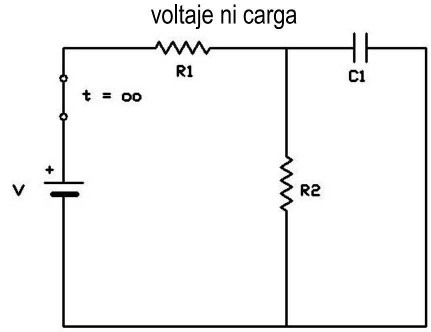
$I_{R2}=V_{R2} / R_2$

$I_{R3}=V_{R3} / R_3$

$I_{R4} = V_{R4} / R_4$

$I_{C1}=I_{R3}+I_{R4} \qquad I_{C2}=I_{R3}$

Circuito equivalente cuando t = oo - C1 cargado, R3 y R4 no conducen corriente y tienen voltaje igual a cero, C2 no tiene voltaje ni carga



$I_{R1}=I_{R2}=V/(R_1+R_2)$

$I_{C1}=0$

$V_{R1}=I_{R1}\ R_1$

$V_{R2}=I_{R2}\ R_2$

$V_{C1}=V_{R2}$

$V_{C2}=0$